Hypotéza nulového podílu

Daniel Novotný

25. ledna 2001

Definice 1

Nulou podle této hypotézy dělit lze, výsledkem je *ještě imaginárnější číslo*. Zadefinujeme

$$j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{0}$$

Definice 2

Množinu $\{n \cdot j | n \in \mathcal{C}\}$ nazveme *ikomplexní čísla* a značíme ji $\mathcal{C}'$. Sjednocení množin $\mathcal{C}$ a $\mathcal{C}'$ nazveme *všechna čísla* $\mathcal{V}$. Operace na nich jsou stejné jako na množině $\mathcal{C}$.

Věta 1

$$\frac{j}{0} = j$$

Důkaz

$$\frac{j}{0} = \frac{\frac{1}{0}}{0} = \frac{1}{0 \cdot 0} = j$$

Věta 2

$$\forall n \in \mathcal{V} : \frac{n}{0} = n \cdot j$$

Důkaz

$$\forall n \in \mathcal{V} : \frac{n}{0} = n \cdot \frac{1}{0} = n \cdot j$$

Věta 3

$$0 \cdot j = \frac{0}{0}$$

Důkaz

$$0 \cdot j = \frac{0 \cdot 1}{0} = \frac{0}{0}$$

Definice 3

Číslo $\frac{0}{0}$, které nám nyní vyšlo, nazveme *shitovské číslo* čili $\mathbf{s}$.

Věta 4

$$\forall x \in \mathcal{V} : x \cdot \mathbf{s} = \mathbf{s}$$

Důkaz

$$x = \overbrace{a + bi}^{c} + dj$$

$$(c+dj) \cdot \mathbf{s} = c\mathbf{s} + dj\mathbf{s} = \frac{0c}{0} + \frac{0d}{0} j = \frac{0}{0} + \frac{0j}{0} = \frac{0}{0} + \frac{\frac{0}{0}}{0} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0 \cdot 0} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0} = \frac{0+0}{0} = \frac{0}{0} = \mathbf{s}$$

Crackující věta

Všechny komplexní násobky j kromě nultého jsou si rovny:

$$\forall n \in \mathcal{C} \setminus \{0\} : n \cdot j = j$$

Důkaz

$$\forall n \in \mathcal{C} \setminus \{0\} : n \cdot j = \frac{j}{n^{-1}} = \frac{\frac{1}{0}}{n^{-1}} = \frac{1}{0 \cdot n^{-1}} = \frac{1}{0} = j$$

Důsledek 1

$$\forall n \in \mathcal{C} \setminus \{0\} : \frac{n}{0} = j$$

(okamžitě plyne z Věty 2 a Crackující věty)

Důsledek 2

Množina $\mathcal{C}'$ je menší, než jsme původně očekávali. Obsahuje totiž pouhé dva prvky:

$$\mathcal{C}' = \{j, \mathbf{s}\}$$

Je to tím, že obsahuje podle Definice 2 všechny komplexní násobky j.

Věta 5

Množina $\mathcal{C}'$ je uzavřená na sčítání, odčítání a násobení.

Důkaz

Protože má množina $\mathcal{C}'$ konečný počet prvků, můžeme vyzkoušet všechny možnosti: (poznámka: jedná se o minus ve $\mathcal{V}$, nikoli o aditivní symboliku týkající se přičtení inverze v $(\{j, s\}, +)$ apod.)

$$\begin{aligned}
j + \mathbf{s} &= \frac{1}{0} + \frac{0}{0} = \frac{1+0}{0} = \frac{1}{0} = j \\
j + j &= \frac{1}{0} + \frac{1}{0} = \frac{1+1}{0} = \frac{2}{0} = j \\
\mathbf{s} + \mathbf{s} &= \frac{0}{0} + \frac{0}{0} = \frac{0+0}{0} = \frac{0}{0} = \mathbf{s} \\
j - \mathbf{s} &= \frac{1}{0} - \frac{0}{0} = \frac{1-0}{0} = \frac{1}{0} = j \\
\mathbf{s} - j &= \frac{0}{0} - \frac{1}{0} = \frac{0-1}{0} = \frac{-1}{0} = j \\
j - j &= \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} = \mathbf{s} \\
\mathbf{s} - \mathbf{s} &= \frac{0}{0} - \frac{0}{0} = \frac{0-0}{0} = \frac{0}{0} = \mathbf{s} \\
j \cdot \mathbf{s} &= \frac{1}{0} \cdot \frac{0}{0} = \frac{0 \cdot 1}{0} = \frac{0}{0} = \mathbf{s} \\
\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} &= \frac{0}{0} \cdot \frac{0}{0} = \frac{0 \cdot 0}{0} = \mathbf{s} \\
j \cdot j &= \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} = \frac{1 \cdot 1}{0} = \frac{1}{0} = j
\end{aligned}$$

Poznámka: Z výsledků je vidět, že $(\mathcal{C}', +)$ je komutativní monoid s neutrálním prvkem $\mathbf{s}$, $(\mathcal{C}', \cdot)$ je komutativní monoid s neutrálním prvkem j a konečně $(\mathcal{C}', -)$ je komutativní grupa s neutrálním prvkem $\mathbf{s}$.

Věta 6

Množina $\mathcal{C}'$ je uzavřená na dělení nulou.

Důkaz

$$\frac{j}{0} = \frac{\frac{1}{0}}{0} = \frac{1}{0 \cdot 0} = \frac{1}{0} = j$$
$$\frac{\mathbf{s}}{0} = \frac{\frac{0}{0}}{0} = \frac{0}{0 \cdot 0} = \frac{0}{0} = \mathbf{s}$$

Věta o totožnosti j a s

$$j = \mathbf{s}$$

Důkaz

$$\begin{aligned} \underline{j - j} &= \tfrac{1}{0} - \tfrac{1}{0} = \tfrac{1-1}{0} = \tfrac{0}{0} = && \underline{\mathbf{s}} \\ \underline{j - j} &= j + (-j) = j + j = \tfrac{1}{0} + \tfrac{1}{0} = \tfrac{1+1}{0} = \tfrac{2}{0} = && \underline{j} \end{aligned}$$

Důsledek 1

$$\mathcal{C}' = \{j\}$$

$(\mathcal{C}', +)$ je triviální grupa stejně jako $(\mathcal{C}', -)$ a $(\mathcal{C}', \cdot)$. Operaci inverzní ke $\cdot$ v triviální grupě $(\mathcal{C}', \cdot)$ však asi nelze ztotožnit s dělením ve $\mathcal{V}$.

Důsledek 2

$$\forall n \in \mathcal{V} : \frac{n}{0} = j$$

(okamžitě plyne z Důsledku 1 Crackující věty, Věty o totožnosti a Věty 6)

Věta o nulovosti j

$$j = 0$$

Důkaz sporem:

Předpokládáme, že $j \neq 0$. Potom jím můžeme násobit obě strany rovnice. Dostáváme:

$$
\begin{aligned}
&\forall x, y \in \mathcal{C}: \\
&\qquad x \stackrel{?}{=} y \\
&\qquad xj \stackrel{?}{=} yj \\
&\qquad j \stackrel{?}{=} j
\end{aligned}
$$

Čili dostáváme, že všechna čísla v $\mathcal{C}$ se sobě rovnají - spor.

Důsledky

To, že $j = 0$ silně zjednodušuje celou hypotézu. Zbavili jsme se „zvláštního čísla", otázky podílů typu „kolik je $\frac{j}{j}$?" jsou okamžitě vyřešeny, množina $\mathcal{V}$ je totožná s $\mathcal{C}$... Také můžeme naši Hypotézu nulového podílu podepřít intuitivním zdůvodněním: „Jestliže mám x, vůbec jej nedělím (tj. dělím na nula částí), pak také vůbec nic nedostanu (tj. výsledkem je nula)".